1. a) Soit f la fonction définie sur [0,1] par $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$.

Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [0,1]$. En déduire u_0 .

b) Calculer u_1 .

2. a) On pose $I=\int_0^1 \sqrt{1+x^2}dx$. Vérifier que : $u_0+u_2=I$.

b) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $u_2=\sqrt{2}-I$.

c) En déduire u_2 .

3. a) x étant un élément de l'intervalle [0,1], encadrer $\sqrt{1+x^2}$.

b) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$; on a : $\frac{1}{(n+1)\sqrt{2}}\le u_n\le\frac{1}{n+1}$

c) Montrer que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

4. n étant un entier naturel supérieur ou égal à 3, on pose $I_n=\int_0^1 x^{n-2}\sqrt{1+x^2}dx$

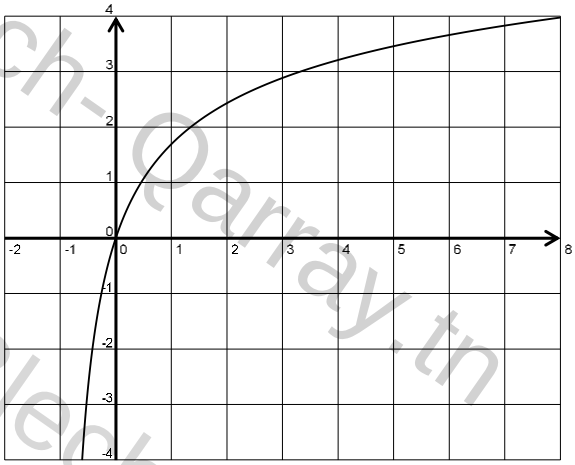
a) Vérifier que : $u_n+u_{n-2}=I_n$.

b) A l'aide d'une intégration par parties portant sur I_n, montrer que : $nu_n+(n-1)u_{n-2}=\sqrt{2}$

c) Calculer alors l'intégrale : $K=\int_0^1 x^2\sqrt{1+x^2}dx$

EXERCICE N°4 — 6 points — 50'

A – Le graphique ci-contre représente la courbe représentative de la fonction: $g:x\mapsto\ln(1+x)+\frac{2x}{x+1}$



Déterminer, par lecture graphique, le signe de $g(x)$.

B – Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x)=x\ln(x^2+1)$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. a) Montrer que pour tout : $\forall x\in\mathbb{R}$; on a: $f'(x)=g(x^2)$.

b) Etudier la parité de f .

c) Dresser le tableau de variation de f .

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com